



TITLE:

木製構造物で補強された斜面の模型実験に対する有限要素解析の適用性について

AUTHOR(S):

山崎, 一; 林, 英夫; 野淵, 正

CITATION:

山崎, 一 ...[et al]. 木製構造物で補強された斜面の模型実験に対する有限要素解析の適用性について. 森林研究 2001, 73: 35-47

ISSUE DATE:

2001-12-25

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/192838>

RIGHT:

論文

木製構造物で補強された斜面の模型実験に対する有限要素解析の適用性について

山崎 一*・林 英夫*・野淵 正*

A study on the applicability of finite element method to the modeling tests of the reinforced slope with wooden retaining wall

Hajime YAMASAKI*, Hideo HAYASHI*, Tadashi NOBUCHI*

木製土留め構造物による斜面補強効果を定量的に検討する目的で、破壊規準にモール・クーロン式を、塑性ポテンシャルにドロッカー・ブラガー式を用いた2次元弾塑性有限要素解析を行い、乾燥砂質土地盤による模型実験と比較した。その結果、水平地盤におけるフーチングの応力-沈下量関係を良好に予測することができた。一方、補強斜面への载荷に関しては、限界荷重までの強度変形特性をある程度シミュレートすることができたが、限界荷重以後におけるフーチング応力の減少を表現できなかった。その理由としては、部材の接合条件に対応した壁面剛性および土-補強材間の相互作用に関するモデル化が不十分で、これらの効果が過大評価されていると考えられた。

キーワード：木製構造物、有限要素法、弾塑性モデル、模型実験、平面ひずみ条件

The purpose of this study is to quantitate the effect of slope reinforcement by wooden earth-retaining structure. We applied the elasto-plastic finite element method (FEM) based on Mohr-Coulomb's yield function and Drucker-Prager's plastic potential function as constitutive equations. We also compared the results of analysis with those of modeling tests in the gravity field. As to a bearing capacity problem on the horizontal dry sandy ground, the relationships between loading weight and displacement of footing strip were successfully simulated. On the other hand, the strength and deformation characteristics of the reinforced slope with wooden earth-retaining structure were well simulated up to ultimate load, but the reduction of loading pressure was not explained after the ultimate load. It may be the reason that the effects of bolting wooden materials and interaction between soil and reinforcements are overestimated by means of the finite element array applied in this study.

Key words: wooden retaining wall, finite element method, elasto-plastic constitutive model, modeling test, plane strain condition

1. はじめに

木製構造物による法面の土留め工や山留め工は、施工コストおよび環境負荷が低いなど多くの利点がある。その構造は主として、壁面材と補強材を交互に積み上げた簡易なタイプと、一本の補強材を井桁状に組んだ壁面材で囲むブロックを積み上げたタイプとに二分される。前者は一般に丸太組構造物と呼ばれており、民有林を中心とする林業用作業道・作業路に適用されている（大橋1992，森林開発公団1996）。また、後者は製品化も進められ、林野庁・建設省の連名による間伐材の活用促進に関する通達（山下1998）に代表される政策面からの後押しを背景として、林道や砂防ダムなど、より公共性の高い法面への適用が広がっているようである。木製構造物の効果や部材の腐朽についてはこれまでに幾つかの研究（梅田ら1992，同1993，岩川1993，生澤ら1997など）がなされているが、明確な設計法の確立には至っていない。

そのため、適用対象が限定されたり、逆に石積工と同様の勾配に施工されるなど、部材腐朽後の安定性が危惧される施工例も見られる。

一方、地盤工学分野において近年研究と実用化の進展が著しい補強土工法は、1963年にフランスで開発されたテールアルメ工法に端を発するもので、受動的に発現する補強材力が主要な斜面補強メカニズムとなっていることが明らかにされている（地盤工学会1986，同1999，小川2000）。木製構造物はその在来工法と考えられるが、盛土においては太径の補強材を使用する点、切土法面では施工順序が異なる点などで一般の補強土工法とは相違があり、解析方法および力学的特性に関して木製構造物独自の検討が必要と考えられる。

林道の構造物や法面の設計業務に多用されている一般的な安定評価手法（土圧理論に基づく擁壁の安定計算やすべり線解析法による斜面安全率の評価など）は、極限釣り合い法に基づいている。これらの慣用的手法は簡便

* 京都大学大学院農学研究科

* Graduate School of Agriculture, Kyoto University

であるが、部材力を合理的に算定することができない、補強材による斜面補強メカニズムを反映できない、変形に関する情報を得ることができないといった問題がある(地盤工学会1986)。有限要素法はこれらの問題を解決できる有力な手法である。

木製構造物で補強された現実斜面の安定性には、構造物そのものの力学特性だけでなく、飽和・不飽和状態にある地盤内の間隙水圧分布の動態、地盤の自重や車両等に対応した荷重条件、植生の根系の効果など様々な要因が関与している。さらに、部材の腐朽に関する問題も検討すべき必須の課題である。しかし、全ての要因を当初から解析に組み入れることは、多くの不確定条件を介在させることになり、また、現象の解釈やモデルをいたずらに複雑にするばかりである。従って、現実的かつ実用的な解析・設計手法を構築するための端緒として、筆者らは木製構造物が斜面を補強する力学的な基本メカニズムの解明、およびそのメカニズムを定量的なモデルとして有限要素解析に導入することを第一の目標としている。そのため、地盤および荷重に関する条件を大幅に理想化し、均質な乾燥砂地盤を対象とする帯状連続荷重の載荷による支持力・斜面安定問題に当面の議論を限定する方針を採っている。また、重力場における室内模型を作成し、明確な境界条件下で得られた実験データとの対比に基づいて、解析結果および適用モデルの妥当性を検証する。

本論文では、二次元平面ひずみ有限要素解析に適用するメッシュ条件を替えることによって、構造物による斜面補強メカニズムおよびより実際的なモデル化の手法について検討した。また、構造物の効果を定量的に検討するためには、地盤材料の強度変形特性が適切に表現されている必要があるため、実験に用いる砂質土に対する適用モデルおよび解析パラメータの評価にも重点を置いた。

2. 有限要素法の定式化

2.1 有限要素方程式

対象とする問題は、連続体における力の釣り合いを記述する平衡方程式(1)、変位とひずみを関係付ける適合条件式(2)および後述の構成式(3)から成る増分境界値問題である(富田1995)。なお、以下では微小変形を仮定し、三次元デカルト座標系で記述する。また、記述の簡略化のため式(1)～(4)はテンソル表記とした。

$$\left. \begin{aligned} \text{平衡方程式: } \quad & \dot{\sigma}_{ij} + \rho \dot{G}_i = 0 \quad \text{in } V \\ & \dot{t}_i = \dot{P}_i \quad \text{on } S_t \\ & \dot{u}_i = \dot{U}_i \quad \text{on } S_u \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\text{適合条件式: } \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \quad (2)$$

$$\text{構成式: } \quad \dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^p \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (3)$$

ここで、指標は1～3の整数値をとり、ドットは時間微分を表す。また、 G_i : 単位体積あたりの物体力、 t_i : 応力ベクトル、 P_i : 応力境界 S_t 上における既知の単位面積あたりの表面力、 u_i : 変位、 U_i : 変位境界 S_u 上における既知変位で、指標 i はこれらの諸量がベクトルの成分であることを示す。さらに、 σ_{ij} : 応力テンソル、 ε_{ij} : ひずみテンソル、 D_{ijkl}^p : 弾塑性係数テンソル、 ρ : 物体の密度である。

次式(4)は、仮想仕事の原理に基づき式(1)から導かれ(富田1995)、領域 V に蓄積されるひずみエネルギーが外力のなす仕事と等しいことを示している。

$$\int_V \dot{\sigma}_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV - \int_V \rho \dot{G}_i \delta u_i dV - \int_{S_t} \dot{P}_i \delta u_i dS = 0 \quad (4)$$

ここで、 δ は ε_{ij} および u_i が微小な仮想量であることを表す。本論文で対象とする問題では、物体力は重力のみであるので、その時間微分すなわち、式(1)の第一式および式(4)における左辺第二項はゼロである。ただし、解析では自重による初期応力を考慮する。

有限要素法では式(4)を離散化するために、対象領域を分割した各要素内の任意点における変位ベクトルの成分 u_i を、次式によって節点変位の一次結合で表す。

$$u_i = \sum_{k=1}^n N^{(k)}(\xi, \eta) u_i^{(k)} \quad (5)$$

右辺において、変位 u_i および形状関数 N の添え字(k)は注目要素内の節点番号であり、本論文では2次元8節点要素を用いるため $n=8$ である。形状関数 $N^{(k)}(\xi, \eta)$ は、要素の頂点における絶対値が1となる2次元局所座標 (ξ, η) の関数であり、節点 k 上で1、他の節点上で0となるように定義されている。

式(2)および(3)を式(4)に代入し、さらに式(5)を用いると、解くべき問題は節点変位(ここでは、変位増分すなわち速度成分)に関する連立一次方程式に置き換えることができる。

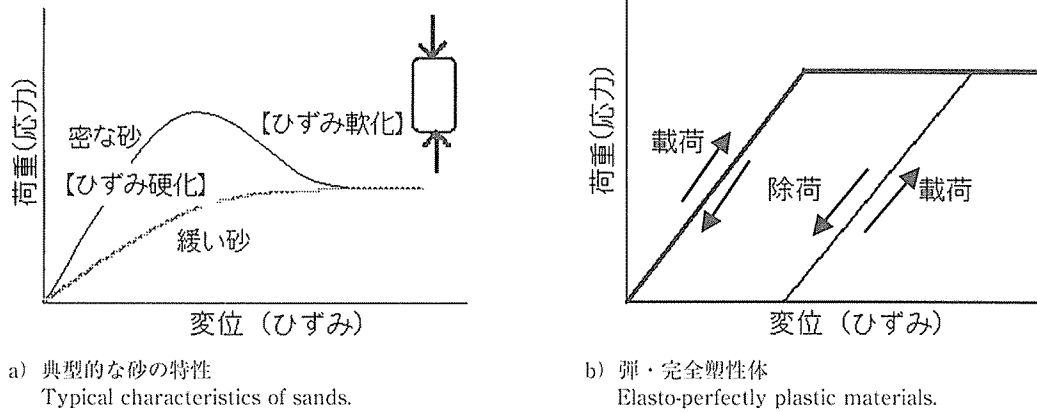


図-1 一次元圧縮における応力-ひずみ関係
Fig-1: Stress-strain characteristics in one dimensional compression.

2.2 弾塑性構成モデル

構成式（構成モデル）は材料固有の応力-ひずみ関係を表現する数理モデルである。多くの研究によって、ひずみ硬化あるいはピーク強度後のひずみ軟化など、より実際的な特性（図-1a）を考慮した土のモデル化が進められている。

本論文では、簡易な弾塑性モデルとして、破壊規準（降伏関数） f にモール・クーロンの式（6）を、塑性ポテンシャル Φ にドラッカー・プラガー式（7）を適用した弾・完全塑性構成モデル（MC-DP混合型モデル（田中1992）。以下では「MC-DPモデル」とする）を採用している。

$$f(I_1, J_2, J_3) = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{3} (1 - \sin \phi) \sin \theta + \sqrt{3} (3 + \sin \phi) \cos \theta \left[\sqrt{J_2} - 1 \right] \sin \phi - 3 c \cos \phi \right\} = 0 \quad (6)$$

$$\Phi(I_1, J_2) = \sqrt{J_2} - I_1 \frac{\tan \psi}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \psi}} \quad (7)$$

ここで、 ϕ ：内部摩擦角、 c ：粘着力、 ψ ：ダイレイタンシー角、

$$\theta = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left(-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \right),$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \left\{ (\sigma_x - \sigma_m)^2 + (\sigma_y - \sigma_m)^2 + (\sigma_z - \sigma_m)^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \right\},$$

$$J_3 = I_3 - \frac{1}{3} I_1 I_2 + \frac{2}{27} I_1^3,$$

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 3\sigma_m \quad (\sigma_m: \text{平均応力}),$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2,$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2$$

である（鶴飼1996b）。 $I_1 \sim I_3$ は応力不変量、 J_2 と J_3 は偏差応力の不変量である。 σ と τ は垂直応力およびせん

断応力で、それらの指標が作用面・作用方向を表す。ただし、本論文では平面ひずみ条件を想定するため、

$$\sigma_y = \nu (\sigma_x + \sigma_z), \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \quad (8)$$

なる付帯条件を課した。従って、独立な応力成分は $(\sigma_x, \sigma_z, \tau_{zx})$ の3つである。

弾・完全塑性モデル（図-1b）はある大きさまでの外力に対しては線形弾性挙動を示すが、それ以上の外力に対しては降伏し、応力一定のままひずみが増大する（鶴飼1996a）。実際の土では極めて小さい変形レベルから塑性ひずみを伴う（山田1992）ので、ひずみ硬化特性をも弾性と仮定する大胆なモデルである。しかし、MC-DPモデルは実験結果を比較的よく再現でき、特殊な条件に限られるが古典理論に基づく厳密解との比較が可能であるなど、初期変形から崩壊までを追跡する解析モデルとして応用性が高い（田中1992）。

これらの関数を用いて式（3）を具体的に行列表示すると、MC-DPモデルに基づく弾・完全塑性構成式は次式（9）で表現される。なお、以下の諸式は文献（鶴飼1996b）における記述を二次元問題に改変したものである。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_z \\ d\tau_{zx} \end{Bmatrix} = \left[[D] - (1-\nu) \frac{[D] \left\{ \partial \Phi / \partial \sigma \right\} \left\{ \partial f / \partial \sigma \right\}^T [D]}{\left\{ \partial f / \partial \sigma \right\}^T [D] \left\{ \partial \Phi / \partial \sigma \right\}} \right] \begin{Bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_z \\ d\gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 $[]$ は行列、 $\{ \}$ は列ベクトル、 $\{ \}^T$ はその転置（行ベクトル）を表しており、

$$\left\{ \partial \Phi / \partial \sigma \right\} = \begin{Bmatrix} \partial \Phi / \partial \sigma_x \\ \partial \Phi / \partial \sigma_z \\ \partial \Phi / \partial \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial \Phi / \partial \sigma_x + \nu \partial \Phi / \partial \sigma_y \\ \partial \Phi / \partial \sigma_z + \nu \partial \Phi / \partial \sigma_x \\ \partial \Phi / \partial \tau_{zx} \end{Bmatrix}$$

$$\left\{ \partial f / \partial \sigma \right\} = \begin{Bmatrix} \partial f / \partial \sigma_x \\ \partial f / \partial \sigma_z \\ \partial f / \partial \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial f / \partial \sigma_x + \nu \partial f / \partial \sigma_y \\ \partial f / \partial \sigma_z + \nu \partial f / \partial \sigma_x \\ \partial f / \partial \tau_{zx} \end{Bmatrix}$$

である。両式の最右辺では式(8)および微分の連鎖則を考慮した。さらに、 r は弾性状態で1、完全な弾塑性では0とおき、移行状態ならば $0 < r < 1$ とする(鵜飼1996b)。弾性係数行列 $[D^e]$ を具体的に表記すると、

$$[D^e] = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = 2G \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

となる。ただし、 G :せん断剛性係数、 E :ヤング率、 ν :ポアソン比。また、式(3)において時間微分で表された成分 $\dot{\sigma}_x (= \dot{\sigma}_{11})$ は、式(9)における増分 $d\sigma_x$ と $d\sigma_x = \dot{\sigma}_x dt$ によって関係付けられる。他の応力およびひずみ成分についても同様である。

3. 解析方法

3.1 解析プログラム

本論文における解析では、地盤問題の三次元解析を対象としたFortran言語による汎用プログラム(鵜飼1996b)を、二次元平面ひずみ問題に適用できるように筆者が全面的に改変し、パソコン上で実行した。数値計算は8節点アイソパラメトリック要素に対する4点ガウス積分、および修正ニュートン・ラプソン法による非線形解法に基づいている。また、自重による初期応力は予備解析によって予め計算し、入力データとして読み込む。

3.2 水平地盤の支持力解析

構造物の斜面補強効果およびそのメカニズムを定量的に検討するためには、予め地盤材料の強度変形特性が正確に表現されている必要がある。従って、構造物がない水平地盤を対象とする帯状フーチングの荷重圧力-沈下量関係に基づき、模型実験の地盤材料として使用する砂質土に対する、土質パラメータおよび構成モデルの適合精度を検証した。

地盤の深さは80cmで、帯状フーチング(幅10cm)の荷重位置を土槽中央とした。解析領域は対称性を考慮して土槽の半分とし、境界条件は底面を固定境界、左右側面をローラー境界とした(図-2)。また、フーチング下面は十分に粗であると考え、荷重点における水平方向の変位を拘束した。フーチングの貫入は、対応節点に1増分あたり2mmの鉛直強制変位を均等に与えることによって表現し、変位制御方式である模型実験の荷重方法と対応させた。

水平地盤および補強斜面の解析に適用する材料パラメ

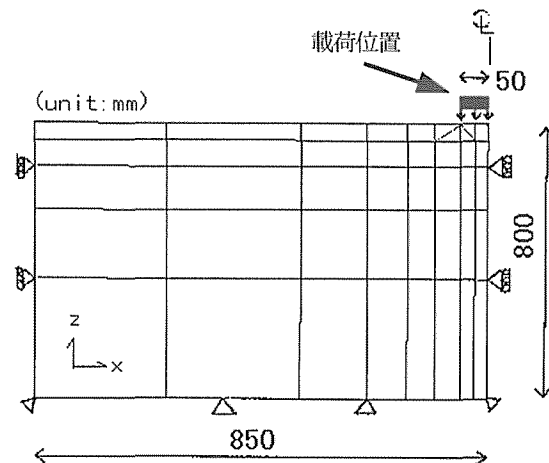


図-2 水平地盤の解析における有限要素メッシュ

Fig.2: Finite element array for the analysis of the bearing capacity problem.

ータは、表-2に示している。

3.3 補強斜面の安定解析

斜面下の水平地盤の深さを40cmおよび斜面高さを35cmとし、壁面勾配を1:0.5とした(図-3)。「基準メッシュ」では、斜面内に水平に挿入される補強材の長さを20cmとしており、後述の模型実験と対応している。また、実験に使用した部材の断面は円形であるが、解析メッシュを簡易にするために、壁面材の断面を直径と等しい辺長の正方形とした。帯状荷重の荷重位置は補強域の上方であり(図-3)、均等な鉛直強制変位(1増分あたり1mm)とした。

有限要素解析における構造物部材のモデル化には、補強材に線状要素を適用して極めて小さい厚さ(もしくは太さ)を与える方法(嘉門ら1997)や、部材位置の節点に対して一定の制約条件を与える方法(POKHAREL,G.1995)などがある。本論文ではこれらの特別な対処法を採らず、補強材の投影断面通りの寸法に分割した各メッシュの要素特性として、対応する材料パラメータを与えることによってのみ、部材と土要素との区別を行っている。

さらに、斜面内に補強材がなく壁面部のみが補強されている条件として、基準メッシュと同一のメッシュを使用するが、斜面内に挿入されている補強材部分を土要素で置き換えた「メッシュ2」、および壁面部と補強材が一節点のみで連結されるようにメッシュを変更し、補強材の回転を許容した「メッシュ3」を作成した(図-3b)。以上3種類のメッシュに対する解析結果と実験結果との比較に基づき、木製構造物による斜面補強メカニズムを考察する。

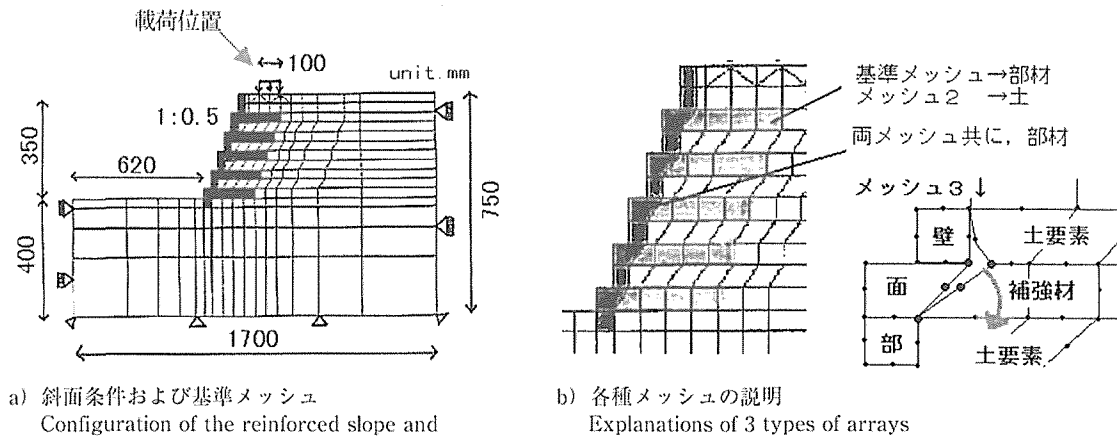


図-3 補強斜面の解析における有限要素メッシュ

Fig.3: Finite element arrays for the analysis of the reinforced slope stability problems.

4. 検証実験

4.1 地盤材料および構造物の特性

1) 地盤材料

実験に用いた地盤材料は、京都市近郊で採取された山砂（比叡山産、通称「白川砂」）で、空気乾燥状態で使用した。最初の模型実験を開始する直前に一部を分取し、JISで規定された方法（地盤工学会2000a）に準拠した各種物理試験を実施した（表-1、図-4）。土質は砂質

表-1 地盤材料の特性

Table-1: Physical properties of soil material.

土粒子密度 ρ_s	2.652	g/cm^3
最大乾燥密度 ρ_{dmax}	1.850	g/cm^3
最小乾燥密度 ρ_{dmin}	1.423	g/cm^3
最大粒径	9.5	mm
2mmふるい通過率	76.4	%
0.075mmふるい通過率	15.7	%
均等係数 U_c	333	
曲率係数 U'_c	20.8	

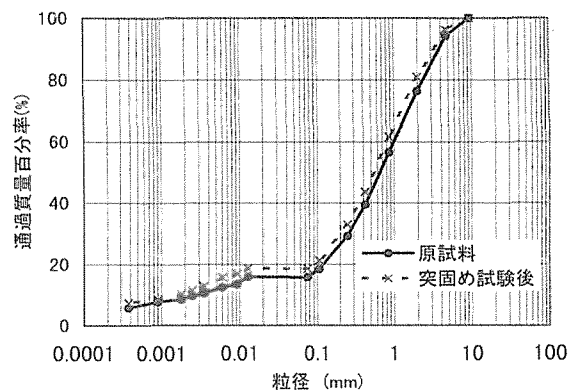


図-4 地盤材料の粒径分布

Fig.4: Grain size distribution of the soil material.

土に分類され、粒径幅が広く細粒分を比較的多く含む点で、木製構造物の施工対象地における標準的な土質とも対応していると考えられる。また、マサ土系材料であるため、粒子破碎による物理特性の変化が危惧された。そのため、原試料（予め、ポリ袋に詰めて高さ1.5mから30回落下させる粒度調整（地盤工学会2000a）を行った）とは別に、繰返し法に基づく突固め試験を7回実施した後の試料についても粒度分析を行った。前者は模型実験に使用中の砂質土の状態に近く、後者はより大きな衝撃エネルギーが加えられたと考えられる。両者の粒度分布には殆ど差が認められないので（図-4）、模型実験に繰返し使用することに伴う粒子破碎の程度は小さいと判断された。

さらに、斜面実験とはほぼ同一含水比の試料について、在来型試験機による一面せん断試験（地盤工学会2000b）を実施し、弾性強度および破壊規準に関する解析パラメータを決定した（表-2）。このうち、内部摩擦角 ϕ は圧密圧力9.8~157kPaの試験範囲で得られた有効なデー

表-2 解析に用いた材料パラメータ

Table-2: Mechanical properties applied to the analysis.

	地盤材料	構造物	
単位体積重量 γ	14.72	9.81	kN/m^3
ポアソン比 ν	0.3333	0.49	
ヤング率 E_1	231.5*	1.40E+05***	kPa
(修正後) E_2	49.1**	-	kPa
内部摩擦角 ϕ	35.0	0.00	度
粘着力 c (水平地盤)	0.491	-	kPa
(補強斜面)	0.0981	1.00E+06	kPa
ダイレイタンシー角 ψ_1	5.0*	0.00	度
(修正後) ψ_2	15.0**	-	度

*: 一面せん断試験により推定

** : 水平地盤の解析により修正

***: 文献値(全木運1976)

タに基づき、42度と推定された。しかし、この数値は比較的緩い砂質地盤の強度としては明らかに過大である。その主な原因として、在来型試験機では装置の構造上の問題によって5～10度も過大評価される可能性があること（松岡ら2001、地盤工学会2000a）および、せん断箱の直径 R （=60mm）と試料の最大粒径 D_{max} の（=9.5mm）比 R/D_{max} が望ましい数値（地盤工学会2000a）の1/10しかなかったことが、大きく影響していると推測される。従って、本論文では解析に適用する内部摩擦角 ϕ を35度に低減した。

後の考察のため、一面せん断試験の圧密過程における圧縮量 ΔH_c と弾性係数（ヤング率 E 、せん断剛性係数 G ）および圧密応力 σ_c （ $=\sigma_z$ ）との関係を示す。ただし、圧密過程において供試体は圧密応力の作用方向以外の変位が拘束されており、 ΔH_c を弾性変形と仮定する。供試体の初期高さ H_0 を基準にとり、垂直ひずみ ε_n を

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta H_c}{H_0}$$

と定義すれば、

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta H_c}{H_0} = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)G} \sigma_c \quad (10)$$

なる関係が成立する。ここで、 E_c は拘束弾性率（今井1983）であり、

$$E_c = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} E$$

および $E=2(1+\nu)G$ を考慮した。さらに、せん断剛性係数 G に関する実験式（田中1992）に基づく、

$$G = G_0 \frac{(2.17-e)^2}{1+e} \sigma_m^a \quad (11)$$

を上式（10）に代入することにより、 σ_c と ΔH_c の関係が得られる。ただし、 e は間隙比である。

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (\text{: 平均応力}), \quad \sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z$$

なお、本論文では模型と実物の対応に関する問題は、議論の対象としていない。従って、地盤材料および後述の構造物部材の選定に際して、相似則や寸法効果（山口1980、地盤工学会1994、龍岡1992）を考慮しなかった。

2) 構造物

構造物部材には直径32mmのラミン材を使用した。本論文では部材の腐朽に関する問題を扱わないので、想定する部材強度（表-2）は地盤材料に対して十分に大きく、実際の構造物に使用されるスギ・ヒノキ材との強度

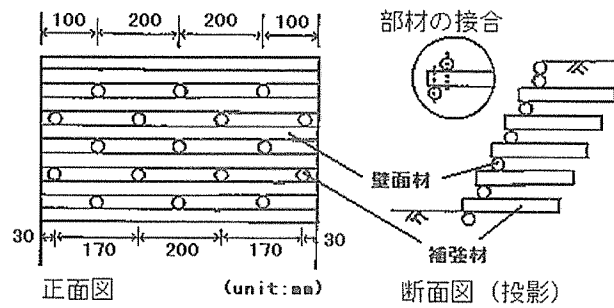


図-5 模型実験における構造物の仕様

Fig-5: Configuration of wooden retaining wall for the model test.

の相違は、実験および解析結果に影響しない。

壁面材は法勾配が1:0.5になるように積み、法尻部に位置する最下段の一本を地盤内に埋設した（図-5）。補強材は地盤への挿入長さを20cmとして水平に合計5層設置した。奥行き方向の配置は千鳥状で、交互に3本または4本とした。今回の実験では、砂の付着など部材表面の摩擦処理を行わなかったため、樹皮付き丸太を使用する実際の状況と比べると、砂との接触面は滑らかである。構造物は砂の投入に応じて一段ずつ積み上げ、それぞれの補強材は法面部で上下の壁面材と直径4mmのボルトで固定した。実際の構造物では使用される丸太の直径が15cm前後であるので、実験模型のスケールは実物の約1/5に相当する。一方、実物における部材の固定には釘や9mm程度の異形鉄筋が使用されており、模型構造物は部材の直径に対してやや太いボルトで固定されていることになる。

4.2 実験装置

1) 装置本体

実験装置は重力場の室内実験を想定したもので、京都大学大学院農学研究科附属上賀茂試験地構内の平地に仮設した作業小屋内に設置した。装置本体は模型地盤を作成する土槽（内寸法で幅170cm*最大深さ85cm*奥行き60cm）、並びにジャッキを固定し載荷重の反力を得るためのIビームで構成される（図-6）。また、土槽正面側の壁面は透明アクリル板で仕切り、ラテックスメンブレンに描いた一辺2cmのメッシュの変形によって、地盤断面の変位分布を観察できる。土槽のサイズや構造が乾燥砂地盤を対象とする模型実験結果に及ぼす影響については、水平地盤の支持力問題を中心に種々検討されている（龍岡1992）。筆者らが作成した実験土槽の仕様は、主として東京大学生産技術研究所の研究（谷1986）を参考に決定した。

装置の作成で最も留意した点は、土槽奥行き方向の平面ひずみ状態を確保することである。そのためには、十

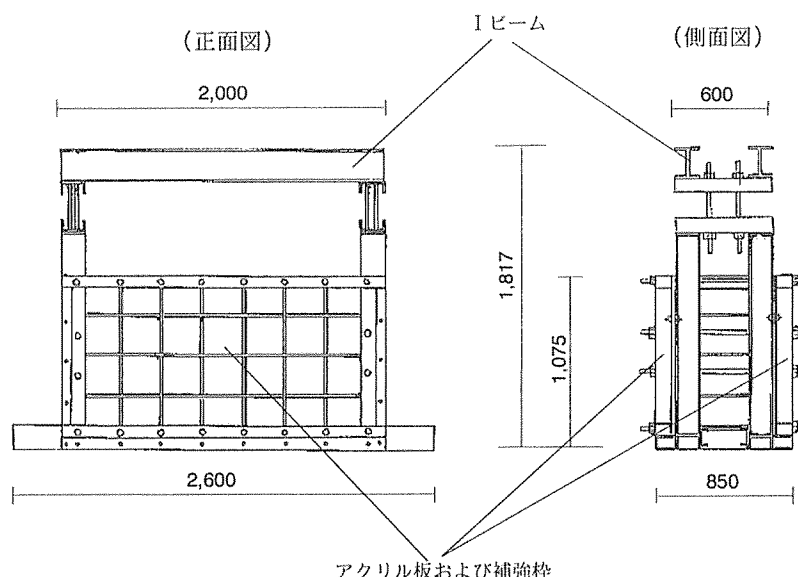


図-6 実験装置主要部の仕様

Fig-6: Specification of the main part of the test facility.

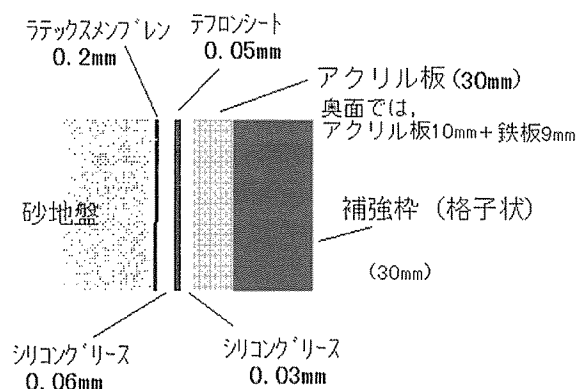


図-7 摩擦除去層の構成

Fig-7: Composition of the lubrication layers.

分な壁面剛性によって側壁のたわみを0.113～0.170%以下に押さえること（徳江ら1985），および壁面部の摩擦を極力少なくすること（龍岡ら1983）が要請される。前者の対策として，正面では30mmアクリル板を，奥面では10mmのアクリル板の外に9mm厚の鉄板を用い，それぞれ格子状の鋼製枠で挟む構造とした。さらに補強枠の外周を直径24mmのボルト20本で強固に固定する。他方，壁面摩擦の低減のため，砂とアクリル板の間にはグリース（信越シリコングリースKS-63G）を塗布したラテックスメンブレン（厚さ0.2mm）およびテフロンシート（ヨドフロンフィルムPTFE（F4），厚さ0.05mm）を配置した（図-7）。この方法により，摩擦抵抗を十

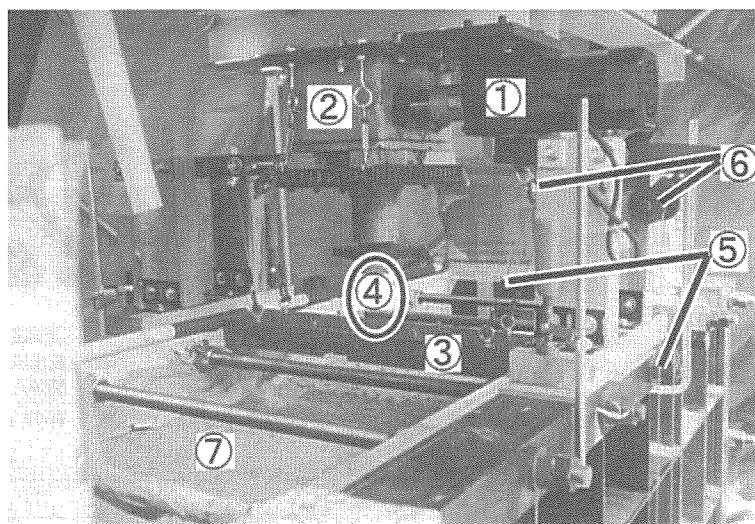


図-8 荷重装置（荷重計設置前）。①スピードコントロールモーター，②スクリージャッキ，③フーチング，④荷重計の取付位置，⑤ワイヤロープ，⑥滑車，⑦砂質土地盤

Fig-8: Loading system (Before setting the load cell). ①: speed control motor, ②: screw jack, ③: footing, ④: the place of setting a footing load cell, ⑤: wire ropes, ⑥: pulleys, ⑦: the ground of sandy soil.

分に小さくできることが確認されている（龍岡ら1984a, 1984b）。

2) 載荷システム

載荷方式はスクリュージャッキによる変位制御とし、ジャッキに接続したスピードコントロールモーターによって、フーチング（載荷板）を一定速度で貫入させることができる（図-8）。ジャッキの荷重はロードセルを介して、十分に剛な帯状フーチング（幅10cm、厚さ5cmの鋼材）に伝達される。フーチングは四隅にワイヤロープを結んで吊り下げ、滑車を通したワイヤロープの他端に取り付けた4個のウェイトによって、平衡を保つことができる。

砂質地盤の載荷実験においても結果に対する載荷速度の影響が指摘されており、他の多くの実験例との対応および実験効率を考慮して、フーチングの貫入速度を約1mm/分に設定した。地盤材料は空気乾燥状態としているので、載荷に伴う過剰間隙水圧の発生はなく排水条件が満足されると仮定した。

3) 計測システム

本論文における実験では、上述のようにジャッキとフーチングの中間に接続したロードセルによってフーチング底面に作用する全荷重を、またフーチング上面に設置した接触型変位計によって、貫入量（沈下量）を計測する。これらの測定値はひずみ変換器を介してロガーに記録することができ、30秒間隔で自動計測した。実験中には地盤断面の変形を追跡する目的から、土槽正面から数回写真撮影を行ったが、本論文の実験ではメンブレン上のメッシュの変形を写真解析するシステムを構築できなかった。

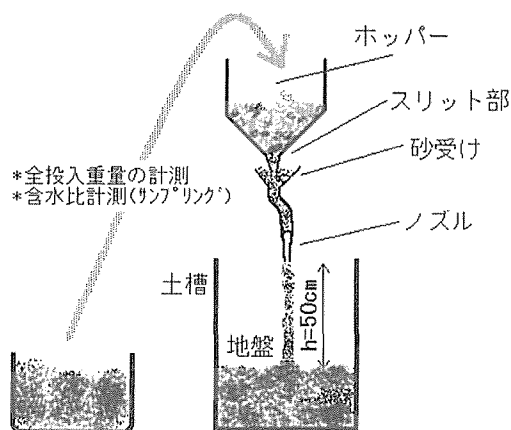


図-9 投入装置の模式図

Fig-9: Diagram of the air pluviation facility.

4) 地盤作成方法

異なる実験間および解析結果との比較には、所定の密度で均質な地盤を作成することが求められる。本研究で採用した空中落下法では落下高さが大きいほど、また単位時間・単位面積当たりの落下量が少ないほど砂地盤の密度が大きくなるとされているが、これら二要因の寄与の程度については見解が別れる（WALKER, B.P. et all 1967, VAID, Y.P. et all 1984）。

本研究では、ホッパーに蓄えた砂をホッパー底部のスリット幅を調整しながら砂受け部に仮貯留し、ポリタンク用のノズルから50cmの高さで落下させることにした（図-9）。砂受け部とノズル間を結ぶジャバラ状のプラスチックチューブ（排水パイプを使用）は、堆積面の高さに応じて長さを調整した。水平地盤の作成時に容量100cm³のサンプラーを用いて投入された砂の密度を測定した結果、チューブの長さに関係なく、また高さが10数cm違っても、含水比が一定であれば作成地盤の均一性はほぼ確保できると判断できた。さらに、サンプリングによって計測した密度は、投入した総量と地盤形状に基づく体積から計算した平均密度とも概ね一致した。

砂質土の最大粒径が9.5mmと大きいためにノズル径を十分に小さくできず、さらに粒径0.075mm未満の細粒分が多いことによる粒子間干渉のため（VAID, Y.P. et all 1984），上記の方法によって中程度以上に密な地盤を作成することは困難とみられた。また高さの影響が小さいことも、粒子相互の干渉作用が影響していると推察される。さらに、含水比が2%を超えると、粒子の相互作用によって地盤密度が大きく低下することが判明したため（図-10および図-13中の地盤条件を参照），実験期間を通して砂の乾燥と防湿に努めた。

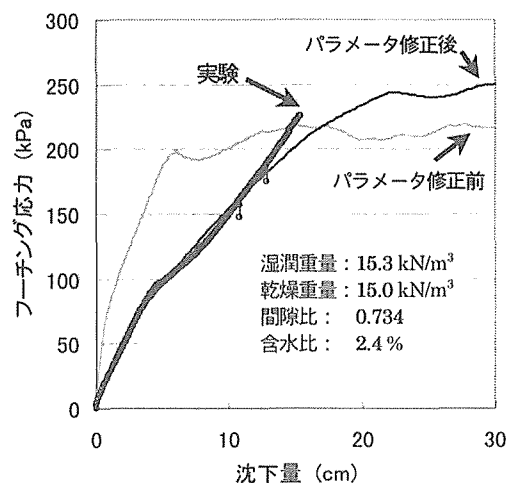


図-10 水平地盤の支持力実験におけるフーチング底力-沈下量関係
Fig-10: Relationship between footing load pressure and its settlement in a bearing capacity test on the horizontal ground.

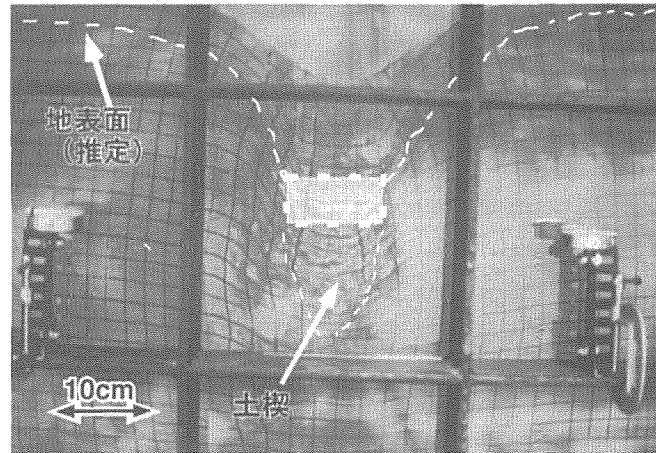
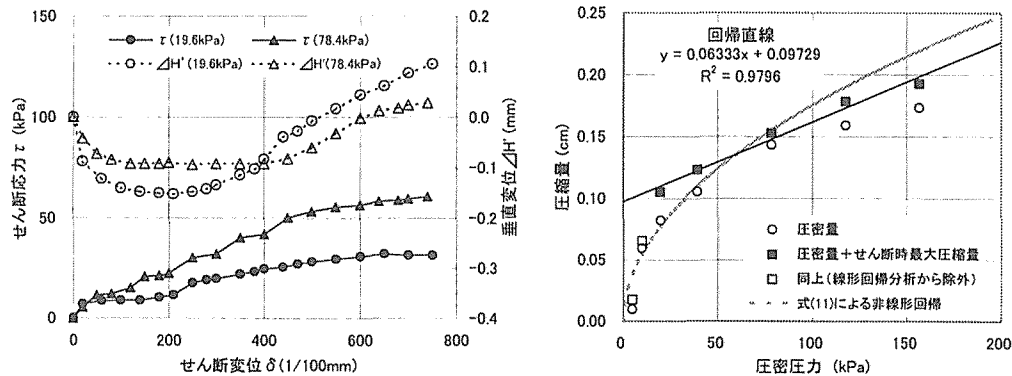


図-11 側面における変形状況(1): 水平地盤の支持力実験における載荷終了時

Fig-11: Deformation of the membrane mesh on the side wall(1): At the end of the loading test as to a bearing capacity problem on the horizontal ground.



a) 代表的なせん断応力-せん断変位関係
Typical relationships between shear stress and shear displacement.

b) 圧縮量-圧縮圧力関係
Relationships between compression and consolidation pressure.

図-12 代表的な一面せん断試験結果

Fig-12: Typical results of the single-plane shear tests.

5. 結果および考察

5.1 水平地盤の支持力試験

1) 実験地盤の強度特性

構造物のない水平地盤の支持力に関する実験および解析の結果として、フーチング底面に作用する平均圧力（以下、フーチング応力）と沈下量（貫入量）の関係を図-10に示す。実験ではフーチング応力が単調に増加を続け、ジャッキのストロークの上限までに限界荷重を得ることができなかった。

アクリル板内側のメンブレンに描いたメッシュの観察から、図-10における実験データの変曲点付近でフーチング下方に土楔が形成され、その内部では実験終了時までメッシュのせん断変形は少なかった（図-11、格子は一辺2cm）。土楔外部ではメッシュの変形領域が広範囲に拡大したものの土要素の圧縮が卓越し、すべり線と推

定される明瞭なひずみの集中域は観察されなかった。また、地表面にもすべり破壊に伴う隆起などの現象は確認されなかった。水平地盤の相対密度が30%と非常に小さくなってしまったため、実験結果は緩い砂質地盤における典型的な局部せん断破壊の様相を呈した。

2) 土質パラメータおよび構成モデルの評価

一面せん断試験から得られた強度パラメータ（表-2における E_1 、 ψ_1 および他のパラメータ）を適用した有限要素解析の計算値（図-10）は、載荷開始から沈下量約6cmまで実験値の約2倍のフーチング応力を示した。また、それ以降には実験最終時よりやや小さい応力レベルで不安定な横這いとなるなど、実験値とは大きく異なる傾向を示した。そのため、弾性定数およびダイレイタンス角を試行錯誤によって調整した。その結果、修正後のヤング率 E_2 およびダイレイタンス角 ψ_2 （表-2

参照)を適用した解析で得られたフーチング応力-沈下量曲線(図-10)は、実験における載荷初期の直線部および変曲点以降の平均的傾向をよく再現できた。また、貫入量20cm強で限界荷重となり、ピーク後の明確な応力低下はないと予測された。一面せん断試験でもせん断変位約7mmで試験を打ち切るまで緩やかな単調増加を続けていることから(図-12a)、図-10における限界荷重近傍での解析結果は定性的には妥当と考えられる。しかし、後述の補強斜面と同程度に密な地盤であれば、ピーク荷重後に応力低下を示す可能性もあり、再実験による検討が必要である。

以下では、弾性係数およびダイレイタンシー角が解析精度に及ぼす影響を検討することによって、MC-DPモデルの特性を考察する。

まず、一面せん断試験における垂直応力 σ_c と圧縮量 ΔH_c の関係(図-12b)に着目すると、圧縮量は応力レベルに依存することが明白である。そこで、圧密量およびせん断過程における最大圧縮量の合計を垂直応力 σ_c による弾性変形と見なし、せん断剛性係数 G に関する前述の実験式(11)に基づく曲線回帰を行った結果、高い相関が得られた。

しかし、構成モデルの弾性係数にこのような非線形性を導入することは、計算量の増大を招き、本研究を三次元解析に発展させる上で著しい障害となる。そこで、以下では非線形性を導入しないこととすれば、式(10)を考慮することによって、図-12bに示した回帰直線の傾きからヤング率 E_1 が得られる。ただし、上載圧がゼロならば変位を生じないため回帰直線は原点を通るべきであるが、低応力域における本来の非線形性および実験誤差の影響を考慮し、切片をゼロに取らなかった。回帰直線は圧密応力約20kPa(0.2kf/cm²)以上では実験値と比較的一致するが、それ以下の低応力域とは対応していない。

一方、水平地盤の実験結果を再現するように修正したヤング率 E_2 は、 E_1 の21%に過ぎない。式(10)より圧縮量 ΔH_c がヤング率に逆比例することを考慮し、 E_1 の代わりに E_2 を用いて逆算すると、上記の回帰直線の傾きは約5倍になる。この傾きは図-12b中の回帰直線でフィットしなかった20kPa未満の低応力域におけるデータポイントの変化率とよく対応している。MC-DPモデルにおける弾性係数は載荷開始からしばらくの区間の応力-ひずみ曲線の傾きと対応すること、および模型水平地盤の自重による初期応力は深さ80cmの土槽底面においても高々12kPa程度に過ぎないことを考慮すると、フーチング応力のピーク値よりかなり小さい応力域における弾性係数を与える必要があることを示している。破壊

規準を規定する ϕ および c についても、自重に対応した低応力域での実態が一面せん断試験等の要素試験の通常の応力レベルから得られるものと対応するかどうかについて、検討の余地が残される。

次に、塑性的なせん断変形に伴う体積変化を表現する、ダイレイタンシー角 ψ について検討する。一面せん断試験におけるせん断応力-せん断変位関係(図-12a)は、明確なピークを示さない緩い砂地盤の特徴を示し、次式(地盤工学会2000a)によって垂直変位-せん断変位曲線の傾きから推定した ψ も、約5度と小さかった(図-12a参照)。

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{d\Delta H}{d\delta} \right)$$

しかし、過大と思われるダイレイタンシー角 ψ を与えなければ、フーチング応力-沈下量曲線における変曲点以降の実験結果と平均的に適合させることができず(図-10)、 ψ を10度程度より小さく取ると、変曲点以降のフーチング応力が過小に計算された。この理由は、本来の応力-ひずみ関係の非線形性に基づく(より正確には、ひずみ硬化特性に基づく)変形抵抗の増加が、低応力域への適合のために小さい値を採用した弾性定数では表現されない代わりに、過大に与えた正のダイレイタンシー(体積膨張特性)によって要素の応力が増加し、結果的に変形抵抗の増加を補っていると考えられる。

5.2 補強斜面の載荷試験

1) 強度変形特性に関する解析結果の検証

補強斜面の法肩への載荷に伴うフーチングの応力-沈

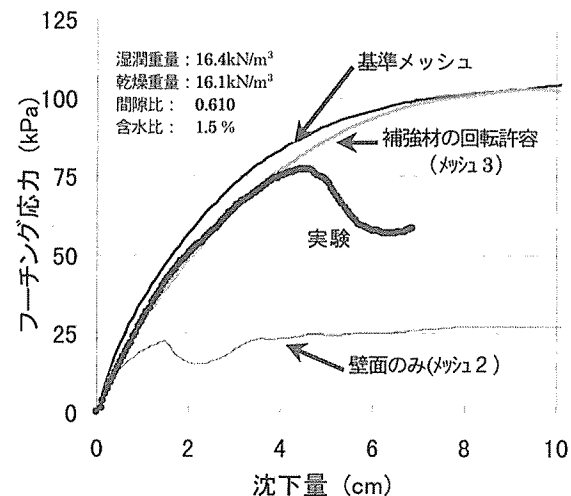


図-13 補強斜面への載荷実験におけるフーチング応力-沈下量関係

Fig-13: Relationship between footing load pressure and its settlement in a reinforced slope stability test.



図-14 側面における変形状況(2)：補強斜面への載荷実験における載荷終了時

Fig-14: Deformation of the membrane mesh on the side wall(2): At the end of the loading test as to a reinforced slope stability problem.

下量関係について、実験および解析の結果を図-13に示す。なお、以下では水平地盤の解析に適用した粘着力では限界荷重が得られなかったため、値を1/5 (0.098kPa)に低下させた。多少作為的ではあるが、平均含水比が1.5%と、水平地盤の場合 (2.4%) より0.9%低く、その結果として地盤の密度 (相対密度59%) が大きかったことも影響していると思われる。

実験で得られたフーチング応力-沈下量曲線は、徐々に傾きを減少させ沈下量 5 cm付近でピーク荷重78kPaを取った後、約25%低下した。側面からの観察では、法尻近くの壁面材周辺において60kPa前後から法面部の押し出しが見られ始めた。同時に、補強材後端部のすぐ背面では、ひずみが集中するメッシュが次第に連続し、ピーク荷重後にかけて補強土塊を囲むように発達して、明瞭なすべり線に発達した (図-14、格子は一辺 2 cm)。さらに、すべり線は斜面先にも到達し、法尻から約 10cm離れた地表面に奥行き方向に連続する帯状の隆起を生じた。このように、補強域上部への載荷によって補強斜面は最終的に底部破壊を生じ、メッシュのひずみが少なかった補強土塊内部では一体化の現象 (西田ら2001) が確認された。ピーク荷重以降、フーチングが斜面の変形に追従して傾斜したため、ロードセルの損傷を防ぐために沈下量 7 cmで載荷実験を打ち切った。

これに対して、基準メッシュによって計算されたフーチング応力は、載荷開始から沈下量0.5cmまで実験値より約50%大きく、その後も若干大きい増加率を示した。さらに、明確なピーク荷重を示さず、沈下量10cm程度でフーチング応力が頭打ちとなる計算結果が得られた。実験と解析値の違いには、次に述べる構造物のメカニズムに関する問題に加えて、偏荷重の影響および前項の実

験との地盤条件の違いのために解析に適用した土質パラメータが必ずしも適切でなかった可能性も考えられる。

2) 構造物の斜面補強メカニズム

フーチングの応力-沈下量関係において、上記の解析結果が実験と若干異なった要因として、基準メッシュによる解析方法では、次の点に関して構造物および地盤材料の力学特性が十分に表現されていないことも想定される。

問題①：補強材と壁面材がボルトで互いに接合されていることによる壁面部の剛性

問題②：補強材と地盤材料の接触面における相互作用

問題③：補強材配置の三次元性に基づく特性

問題④：形成されたすべり面へのひずみの局所化

以下では、異なるメッシュ条件に対する解析結果を実験の結果と比較することによって、構造物の斜面補強メカニズムを問題①～③の観点から検討する。なお、問題④も実験におけるピーク荷重後の応力低下を解析によって表現できなかった一因と考えられる。しかし、この問題に対処するためには、せん断帯の形成 (柴田ら1995) および応力-ひずみ関係におけるピーク強度後のひずみ軟化特性を考慮した構成モデルの導入など、有限要素法の仮定および地盤材料の構成モデルを著しく複雑にするため、本論文では考慮しない。

メッシュ 2 (壁面のみ)：補強材の実質部分を土要素に置き換えているため、上記の問題②および③が除かれる。最大フーチング応力は実験および基準メッシュによる解析結果の最大値と比べると、それぞれ1/3、1/4程度であり、沈下量1.5cmと早い段階で限界荷重に達した後は、ほぼ一定応力を保った。実験および補強材のあるメ

ッシュに対する解析結果との違いは補強材の効果，すなわち問題②および補強材の曲げ剛性に起因すると考えられ，補強材が斜面の補強に大きな役割を果たすことを示している。ただし，今回のメッシュでは壁面部が一枚の剛な板材としてモデル化されることになり，補強材が棒状であること，並びにボルト留めされた部材接合部の曲げ特性が過大に評価されたままである。従って，実験結果との違いには，壁面剛性の過大評価分（問題①）を含むことになる。

メッシュ3（補強材接合部の回転を許容）：壁面部の曲げ剛性が過大に表現される点は上と同様であるが，補強材から壁面部に曲げモーメントが伝達されず，問題①の一部が解消される。それぞれの補強材は上下の壁面材にボルトで留められているため，模型における補強材の回転はある程度拘束を受けるが，ピーク強度直前までのフーチング応力－沈下量関係が実験値と最もよく適合した。しかし，その後もフーチング応力は増加し，基準メッシュと殆ど同じ強度で頭打ちとなった。このメッシュでは，実験におけるピーク荷重に近い状態まである程度表現できたと判断される。しかし，フーチング貫入量が大きくなると，載荷応力レベルおよび補強材の傾斜の増加に伴って壁面部に作用する曲げモーメントが大きくなると予想されるが，解析では過大な壁面剛性が与えられることになるために，模型における法面の孕み出しが表現されていないと考えられる。

以上のように，本論文で検討した3種類のメッシュでは，いずれによっても模型実験における限界荷重とそれ以降のフーチング応力の減少を再現することができなかった。その理由として想定される事項を以下に整理する。

- 1) ボルトによる部材の接合状態が依然として表現されていない。
- 2) 本論文では，分割した要素に対応する強度パラメータを割り振ることによって，地盤材料と部材の区別を行った。この方法では接触面における節点は土と部材の両方に共有される結果，両者の間では全ての力が伝達され，相互作用が過大評価される。
- 3) 二次元平面ひずみ解析では，棒状の補強材が奥行き方向に連続な板材としてモデル化されてしまうため，補強材自体の曲げ剛性や壁面材との接合状態が過大に表現される。さらに，補強土塊内で実際には連続している土要素が，補強材によって分断された状態でモデル化されることにより，補強土塊内部における土要素間および土－部材間の相互作用の三次元性が考慮されない。

6. おわりに

MC-DPモデルに基づく二次元平面ひずみ条件下の弾塑性有限要素解析によって，構造物がなく砂質土だけで作成した水平地盤の支持力特性を，比較的よく表現することができた。しかし，木製構造物で補強された斜面の強度変形特性については，実験で得られたピーク荷重およびそれ以降のフーチング応力の減少をうまくシミュレートできなかった。壁面剛性や部材－土間の相互作用など，本論文で不十分であった構造物のモデル化をさらに進めるためには，汎用プログラムによる解析メッシュの工夫だけでは無理があり，実際的なメカニズムと対応した特殊要素の導入および3次元解析による幾何学的な特性の考慮が不可避である。また，本論文に示した二ケースの実験では地盤条件の違いのため，補強斜面のケースでは解析パラメータが実験地盤に適合していなかった可能性もある。従って，できる限り共通の地盤条件下で実験データを蓄積し，今回議論することができなかった断面における変形や部材力の分布などについても，より詳細な解析結果の検証を行いたい。

実験の遂行にあたって，京都大学農学研究科附属上賀茂試験地および芦生演習林の関係諸氏に大変お世話になった。また，本学工学研究科の小高猛司助教授には実験解析全般について，同・矢野隆夫技官には実験装置の設計や一面せん断試験の実施に関して，それぞれ有益な助言と御指導をいただいた。また，横浜国立大学工学研究科の谷和夫助教授，東京大学生産技術研究所の佐藤剛司助手には実験装置の設計や具体的な実験手順について多くの示唆を与えていただいた。さらに，本学情報学研究科 酒井徹朗教授および東京測器研究所 葉山和則氏には，計測器の使用に便宜を図っていただいた。この場をお借りして深く感謝いたします。

なお，本研究における実験装置の作成の一部は，財団法人林業土木施設研究所による助成を受けた。

引用文献

- 1) 生澤起一・江口篤・山下俊二(1997)急傾斜地における高密度路網の事例，集材距離と路体強度について，奈良県林業試験場林業資料No.12，17-21。
- 2) 今井五郎(1983)わかりやすい土の力学，268pp，鹿島出版会，東京。
- 3) 岩川治(1993)使用丸太の耐久性に問題はないか，(民有林作業道，岩川治著，115pp，静岡県山林協会，静岡)，56-77。
- 4) 地盤工学会(1986)補強土工法，430pp，地盤工学会，東京。
- 5) 地盤工学会(1999)補強土入門，199pp，地盤工学会，東京。
- 6) 地盤工学会(2000a)土質試験の方法と解説（第一回改訂版），902pp，地盤工学会，東京。

- 7) 地盤工学会(2000b)土質試験－基本と手引き－, 251pp, 地盤工学会, 東京.
- 8) 嘉門雅史・赤井智幸・加藤隆・古谷聡(1997)ジオシンセティック水平排水材を用いた粘性土補強盛土の挙動解析, 平成9年度関西支部年次学術講演概要, 土木学会関西支部, III-51-1～III-51-2.
- 9) 松岡元・孫徳安・劉欽宏・西方卯佐男・寺元真司(2001)小型および大型の一面せん断試験機の簡便な改良法, 土と基礎, 49(1), 21-24.
- 10) 西田一彦・西形達明・馬場健一・向井祐介(2001)補強土工法における補強材力の発生機構, 平成13年度関西支部年次学術講演概要, 土木学会関西支部, III-54-1～III-54-2.
- 11) 小川憲保(2000)補強土壁工法の種類と選定, 228pp, 理工図書, 東京.
- 12) 大橋慶三郎(1992)路網を生かした間伐林業のマネジメント, 187pp, 全国林業改良普及協会, 東京.
- 13) POKHAREL, G. (1995) Deformation and ultimate load of reinforced soil structures. Theory and experiment. 155pp. Department of civil engineering, Nagoya Univ.
- 14) 柴田徹・関口秀雄(1995)地盤の支持力, p189, 鹿島出版会, 東京.
- 15) 森林開発公団岡山支所・松山出張所プロジェクトチーム (1996)丸太組工法による作業道のその後, 林業技術, 647, 16-18.
- 16) 田中忠次(1992)有限要素法による変形・安定解析(主として砂質土を対象にして), (わかりやすい土質力学原論第1回改訂版, わかりやすい土質力学原論改訂編集委員会編, 352pp, 土質工学会, 東京), 109-154.
谷和夫(1986)砂地盤上の浅い基礎の支持力機構, 東京大学修士論文, 東京.
- 17) 龍岡文夫・党宣夫・生原修・佐藤剛司(1983)模型砂地盤の支持力実験における砂箱側面摩擦の影響Ⅰ--側壁面摩擦の影響の実際--, 生産研究, 35, 543-546.
- 18) 龍岡文夫・生原修(1984a)模型砂地盤の支持力実験における砂箱側面摩擦の影響Ⅱ--砂と平板の間の摩擦力の測定--, 生産研究, 36, 25-28.
- 19) 龍岡文夫・生原修(1984b)模型砂地盤の支持力実験における砂箱側面摩擦の影響Ⅲ--砂と平板の間の摩擦力の測定のつづき--, 生産研究, 36, 158-161.
- 20) 龍岡文夫(1992)室内せん断試験・安定解析・模型実験・実構造物の挙動の関連について--砂地盤上の基礎の支持力問題を例にして--, (わかりやすい土質力学原論第1回改訂版, わかりやすい土質力学原論改訂編集委員会編, 352pp, 土質工学会, 東京), 51-107.
- 21) 徳江俊秀・佐々木博明・長谷川活久・釜井俊孝(1985)砂の平面ひずみ条件(側方変位拘束条件)に関する基礎的検討, その4, 第20回土質工学研究発表会, 299-300.
- 22) 富田佳宏(1995)弾塑性力学の基礎と応用, 128pp, 森北出版, 東京.
- 23) 鶴飼恵三(1996a)弾・完全塑性, (地盤の三次元弾塑性解析, 田中忠次・鶴飼恵三・河邑眞・阪上最一・大津宏康著, 224pp, 丸善, 東京), 55-61.
- 24) 鶴飼恵三(1996b)弾・完全塑性解析プログラム, (地盤の三次元弾塑性解析, 田中忠次・鶴飼恵三・河邑眞・阪上最一・大津宏康著, 224pp, 丸善, 東京), 109-149.
- 25) 梅田修史・林寛(1992)木製土留工の機能に関する模型実験(Ⅰ)--控え材の効果--, 43回日林関東支論, 167-168.
- 26) 梅田修史・林寛(1993)木製土留工の機能に関する模型実験(Ⅱ), 平成5年度砂防学会研究発表概要集, 223-226.
- 27) VAID, Y.P. and D. NEGUSSEY (1984) Relative density of pluviated sand samples. Soils and foundations, 24, 101-105.
- 28) WALKER, B.P. and T. WHITAKER (1967) An apparatus for forming uniform beds of sand for model foundation tests. Geotechnique, 17, 161-167.
- 29) 山田恭央(1992)土の変形・強度特性--基礎理論を中心として--, (わかりやすい土質力学原論第1回改訂版, わかりやすい土質力学原論改訂編集委員会編, 352pp, 土質工学会, 東京), 1-50.
- 30) 山口柏樹(1980)模型実験結果の解釈と信頼性, 土と基礎28(5), 3-7.
- 31) 山下秀勝(1998)治水事業との連携により間伐材の利用拡大へ, 現代林業3月号, 24-27.
- 32) 全国木材組合連合会(1976)木材総覧, 872pp, 全国木材組合連合会, 東京.